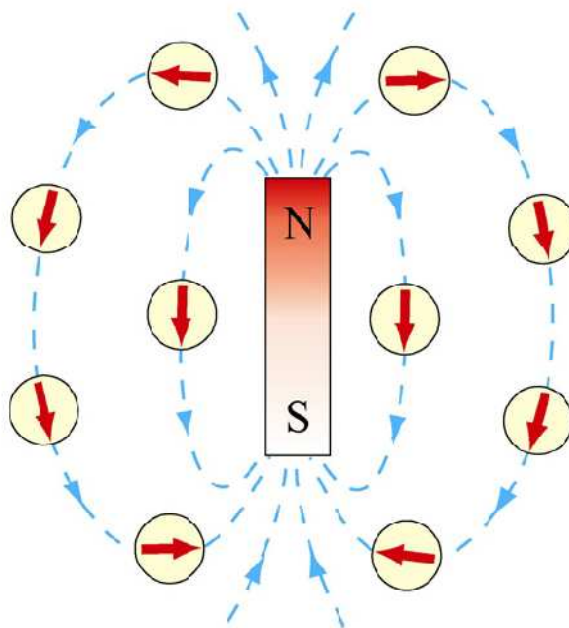
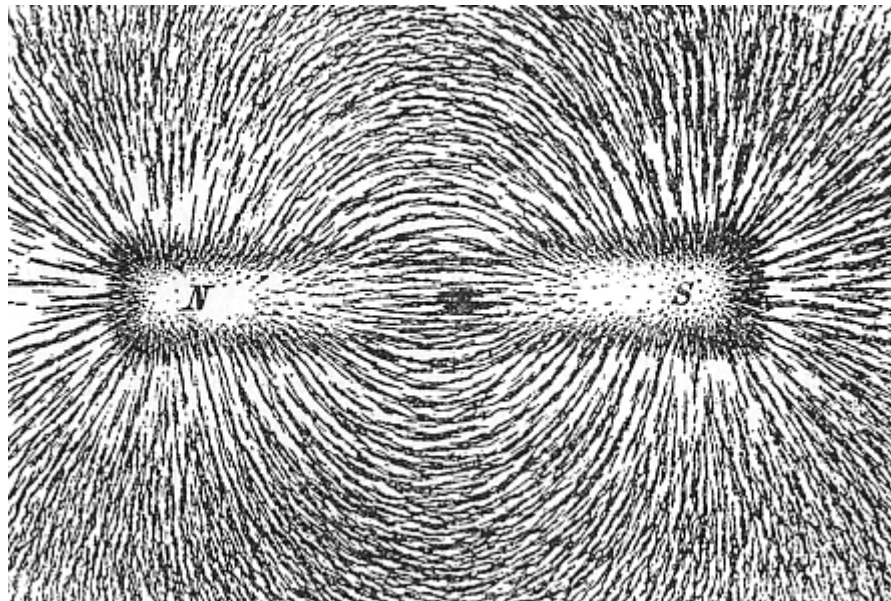


Wprowadzenie do fizyki pola magnetycznego

Wszystkie rysunki i animacje zaczerpnięto ze strony

<http://web.mit.edu/8.02t/www/802TEAL3D/visualizations/magnetostatics/index.htm>

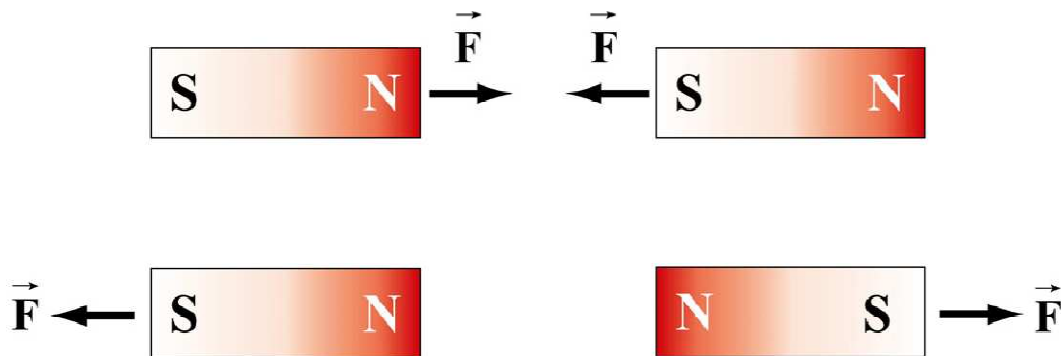
Powszechnym źródłem pola magnetycznego jest magnes stały. Najlepszym tego przykładem jest magnes sztabkowy, którego linie pola przedstawiają poniższe rysunki; pierwszy ze strony <http://pl.wikipedia.org/wiki/Grafika:Magnet0873.png>



Na dolnym rysunku kolorem czerwonym zaznaczono kierunek orientacji igły magnetycznej umieszczonej w różnych położeniach względem magnesu sztabkowego.

Magnes sztabkowy ma dwa bieguny oznaczone jako biegun północny (N) oraz południowy (S). Linie pola i samo pole magnetyczne jest najsilniejsze w pobliżu biegunów. Linie pola magnetycznego są zamknięte i rozpoczynają się w biegunie północnym a kończą na biegunie południowym.

Gdy zwrócimy do siebie bieguny jednoimienne to sztabkowe magnesy odpychają się. W przeciwnym razie obserwujemy przyciąganie (patrz rysunek).



Biegunów magnesu nie można oddzielić od siebie. Zawsze występują razem (parami).



Jak definiujemy wektor indukcji pola magnetycznego?

W celu ilościowej charakterystyki pola magnetycznego wprowadza się pojęcie wektora indukcji magnetycznej B . Zdefiniujemy ten wektor w punkcie.

Rozważmy cząstkę o ładunku q poruszającą się z prędkością v . Doświadczalnie ustalono następujące fakty:

1. Wartość siły F_B z jaką pole magnetyczne oddziałuje na ładunek jest proporcjonalna do q i v .

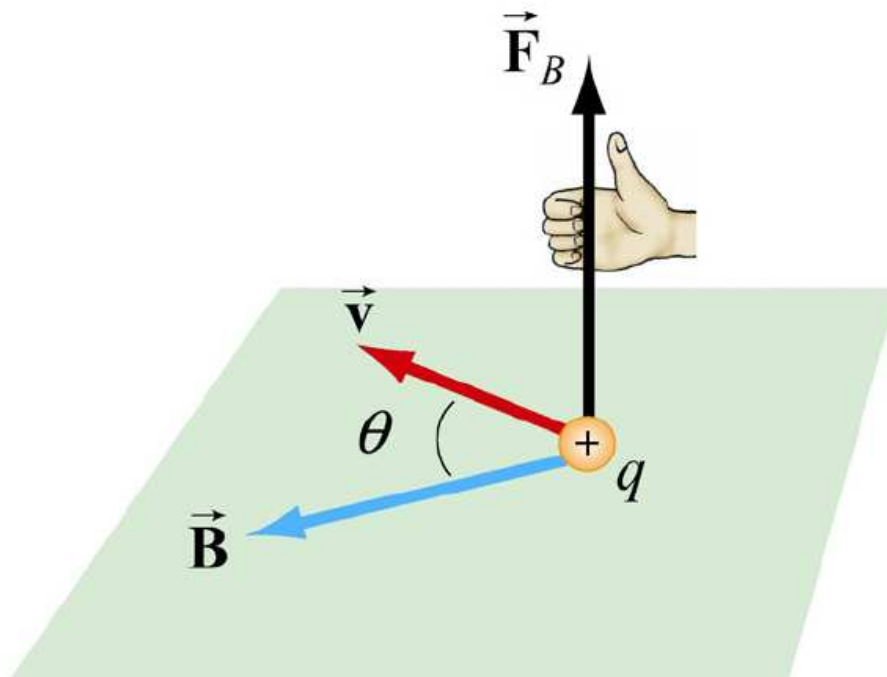
2. Kierunek i zwrot wektora siły F_B z jaką pole magnetyczne oddziałuje na ładunek zależy od wektorów B i v .
3. Wartość wektora siły F_B jest równa zero jeśli wektory B i v są równoległe lub antyrównoległe.
4. Jeśli wektor v tworzy kąt $\theta \neq 0$ lub $\theta \neq \pi$, to kierunek wektora F_B jest prostopadły do płaszczyzny, w której leżą wektory B i v .
5. Jeśli wektor v tworzy kąt $\theta \neq 0$ lub $\theta \neq \pi$, to kierunek wektora siły F_B zmienia się na przeciwny gdy zmieni się znak ładunku elektrycznego.

Przytoczone właściwości spełnia wzór (patrz rysunek)

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B},$$

który określa siłę zwaną siłą Lorentza.

Wzór ten może służyć jako robocza definicja wektora pola magnetycznego w danym punkcie przestrzeni.



Wartość wektora F_B wynosi więc

$$F_B = qvB \sin \theta.$$

Jednostką w SI wektora B jest tesla (1T)

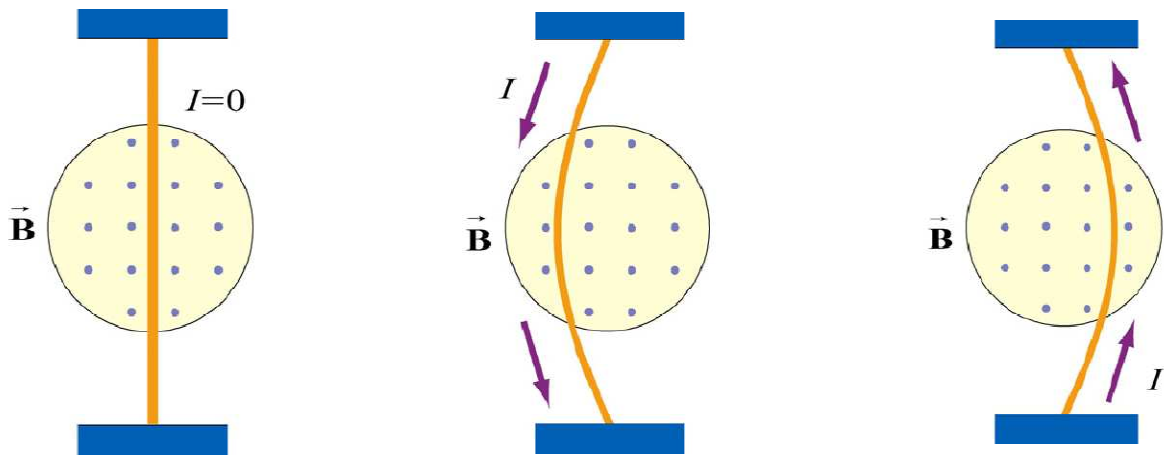
$$1 \text{ tesla} = 1 \text{ T} = \frac{\text{Newton}}{(\text{Coulomb})(\text{metr/sekunda})} = \frac{\text{N}}{\text{C}\cdot\text{m/s}} = 1 \frac{\text{N}}{\text{A}\cdot\text{m}}.$$

Odnotujmy, że siła Lorentza F_B jest zawsze prostopadła do B i v . Nie może więc zmienić wartości prędkości ani energii kinetycznej cząstki. Może natomiast zmienić jej kierunek! Elementarna wartość pracy

$$dW = F_B \cdot ds = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot ds = q(\mathbf{v} \times \mathbf{v}) \cdot \mathbf{B} dt = 0.$$

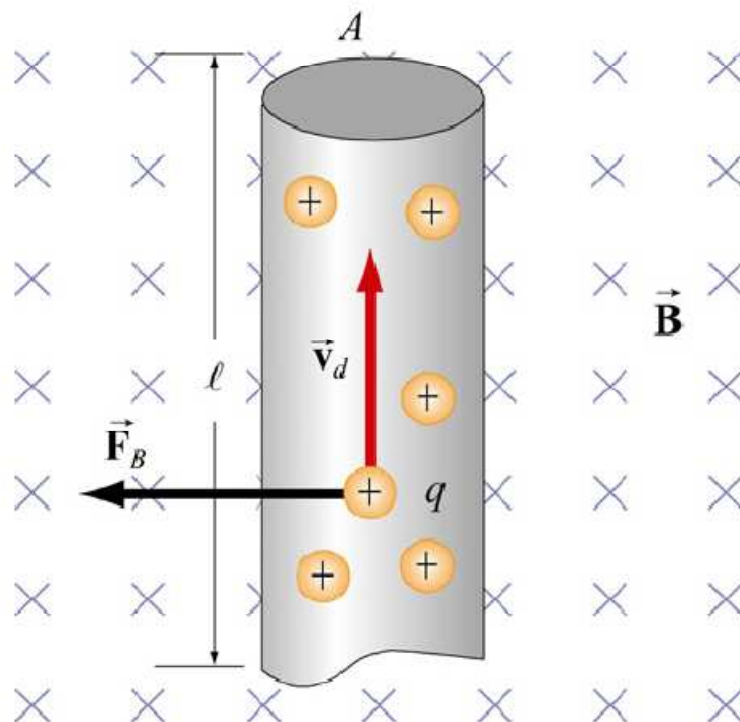
Oddziaływanie pola magnetycznego na prostoliniowy przewodnik z prądem

W przewodniku płyną ładunki elektryczne, na które działa siła Lorentza. Wobec tego spodziewamy się, że na przewodnik umieszczony w polu magnetycznym też powinna działać pewna siła. Jaka?



Powyższe rysunki ilustrują działanie pola magnetycznego na prostoliniowy przewodnik z prądem. Rys. lewy – brak prądu i brak oddziaływania. Rysunek środkowy – prąd płynący w dół jest wyrzucany z pola magnetycznego skierowanego za kartkę w lewo. Rys. prawy – prąd płynący w górę jest wyrzucany z pola magnetycznego skierowanego także za kartkę w prawo.

Wyznamy obecnie siłę działającą na prostoliniowy przewodnik z prądem.

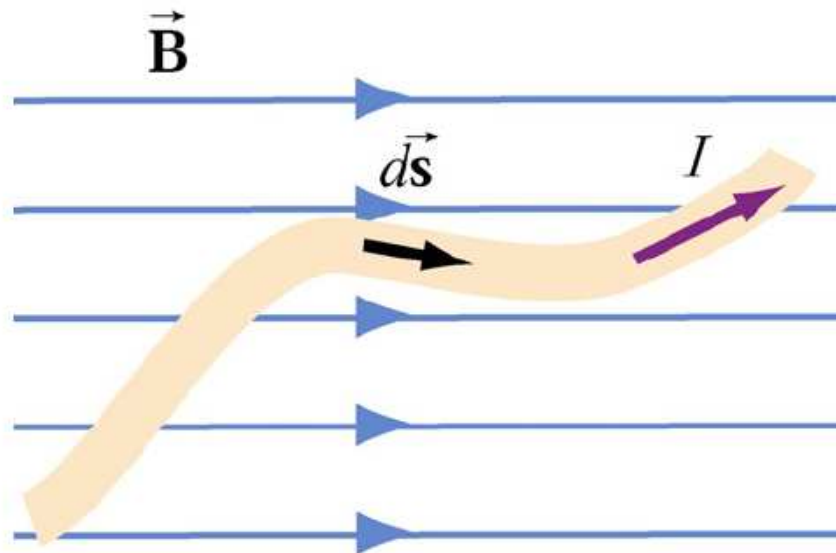


Rozważmy przewodnik o długości l o polu przekroju poprzecznego A . Pole magnetyczne jest skierowane za kartkę. Ładunki dodatnie płyną z prędkością dryfu v_d . Całkowita liczba ładunków w pokazanym na rysunku walcu jest równa $Q = q(nAl)$. Zatem całkowita siła Lorentza działająca na przewodnik jest równa

$$\vec{F}_B = Q\vec{v}_d \times \vec{B} = q(nAl)(\vec{v}_d \times \vec{B}) = I(\vec{l} \times \vec{B}),$$

gdzie $I = qv_d nA$, a \vec{l} jest wektorem o długości l i zwrocie zgodnym z kierunkiem i zwrotem płynącego prądu.

Rozważmy teraz przewodnik o dowolnym kształcie umieszczonym w polu magnetycznym. Siła z jaką pole magnetyczne oddziałuje na ten przewodnik można „złożyć” (w sensie dodawania wektorowego) z sił oddziaływania na jego fragmenty, co ilustruje kolejny rysunek.



Siła Lorentza z jaką pole oddziałuje na element ds przewodnika jest równa

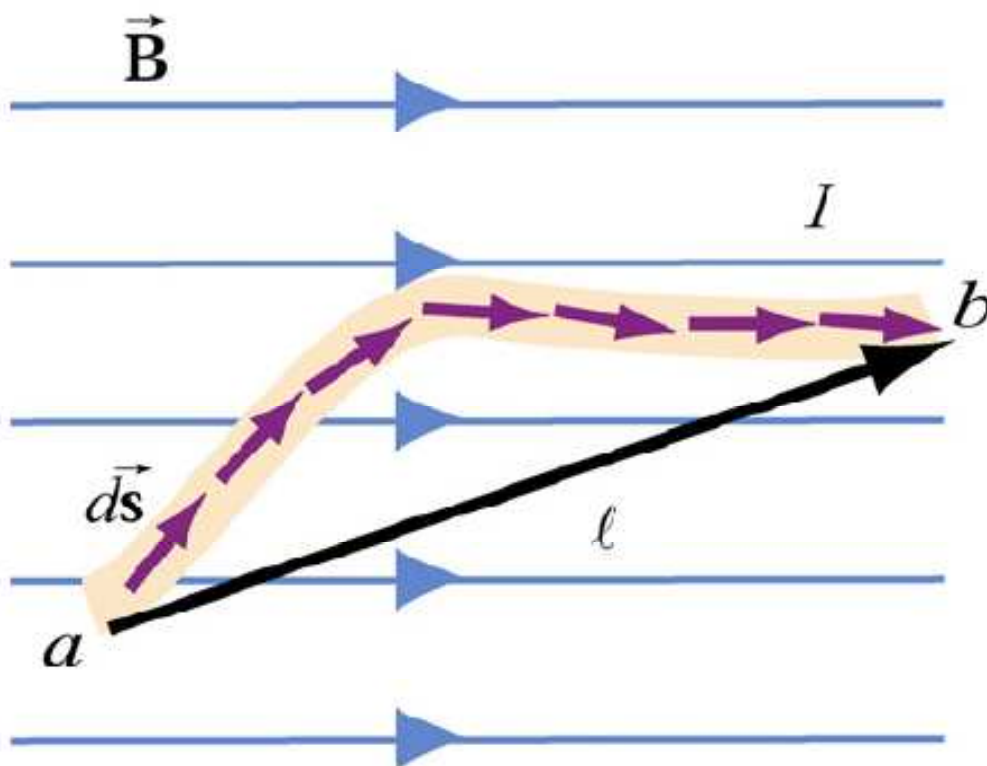
$$d\mathbf{F}_B = I(ds \times \mathbf{B}),$$

zatem całkowita siła działająca na przewodnik

$$\mathbf{F}_B = \int d\mathbf{F}_B = I \int_a^b (ds \times \mathbf{B}),$$

gdzie a i b to początek i koniec przewodnika.

Przykład. Obliczmy krzywoliniowy przewodnik umieszczony w jednorodnym polu magnetycznym jak na rysunku

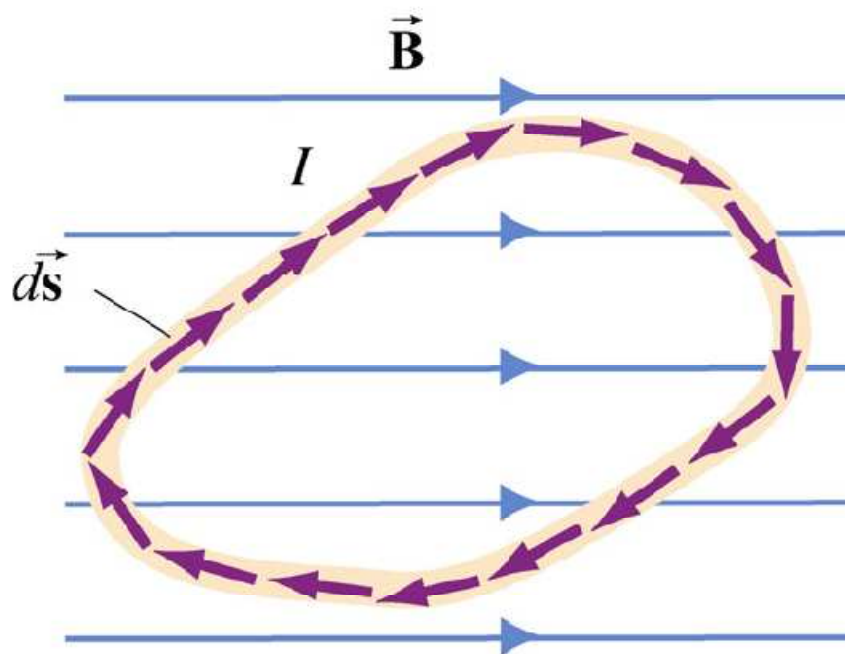


Siła Lorentza jest równa

$$\mathbf{F}_B = \int d\mathbf{F}_B = I \left(\int_a^b d\mathbf{s} \right) \times \mathbf{B} = I(\mathbf{l} \times \mathbf{B}),$$

gdzie \mathbf{l} jest wektorem pokazanym na rysunku.

Przykład. Rozważmy pętlę przewodnika (przewodnik zamknięty) w jednorodnym polu magnetycznym.



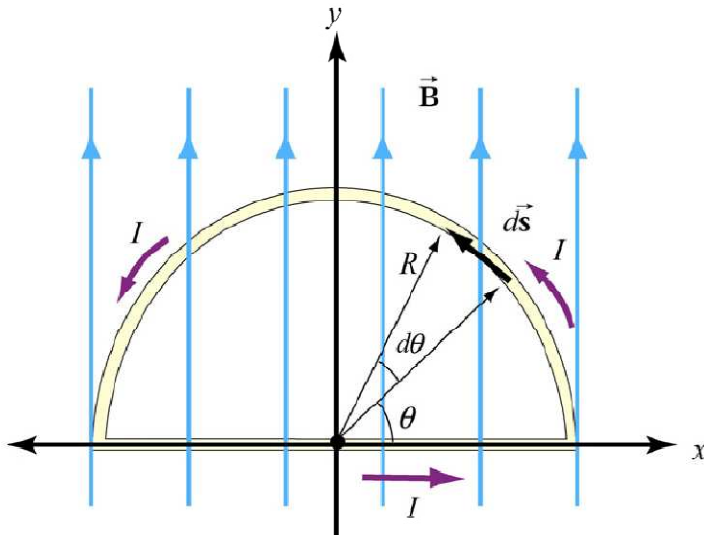
Podobnie jak poprzednio

$$\mathbf{F}_B = \int d\mathbf{F}_B = I \left(\int_a^b d\mathbf{s} \right) \times \mathbf{B}.$$

Ale teraz całkowanie odbywa się po krzywej zamkniętej, tj. $a = b$, więc

$\left(\int_a^b d\mathbf{s} \right)$, a zatem $\mathbf{F}_B = \mathbf{0}$. Otrzymaliśmy ważny wynik mówiący, że jednorodne pole magnetyczne nie działa na zamkniętą pętlę przewodnika z prądem.

Przykład. Rozważmy zamknięty obwód elektryczny, tj. przewodnik w kształcie półokręgu przewodnika umieszczonego w jednorodnym polu magnetycznym.



Zauważmy, że wektor indukcji pola magnetycznego ma kierunek $B = B\mathbf{j}$. Oznaczmy przez F_1 siłę działającą na prostoliniową część półokręgu, a przez F_2 siłę przyłożoną do półokręgu. Policzmy najpierw pierwszą z wymienionych sił

$$F_1 = I(2R\mathbf{i}) \times (B\mathbf{j}) = 2IBR\mathbf{k},$$

gdzie \mathbf{k} jest wersorem skierowanym prostopadle do płaszczyzny rysunku.

W celu wyznaczenia drugiej siły zauważmy, że

$$ds = ds\hat{\theta} = Rd\theta(-\sin\theta\mathbf{i} + \cos\theta\mathbf{j}).$$

Siła działająca na tak wybrany element wynosi

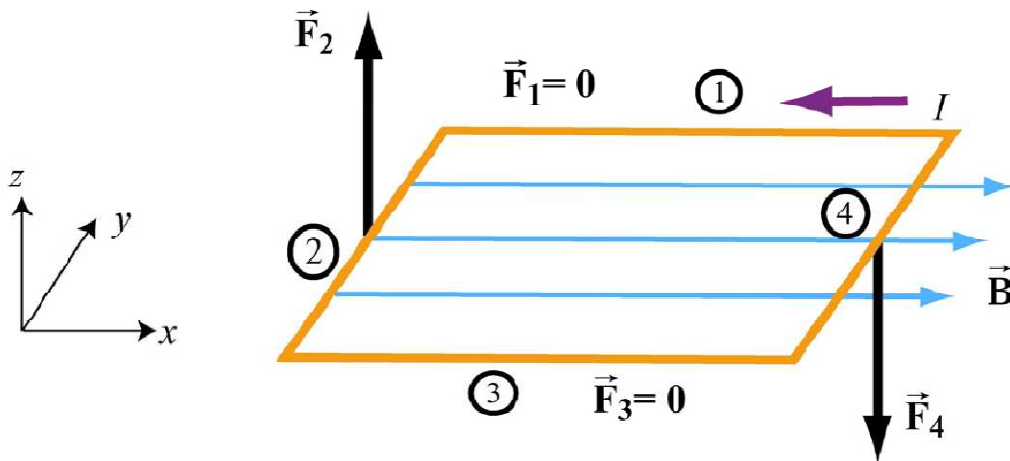
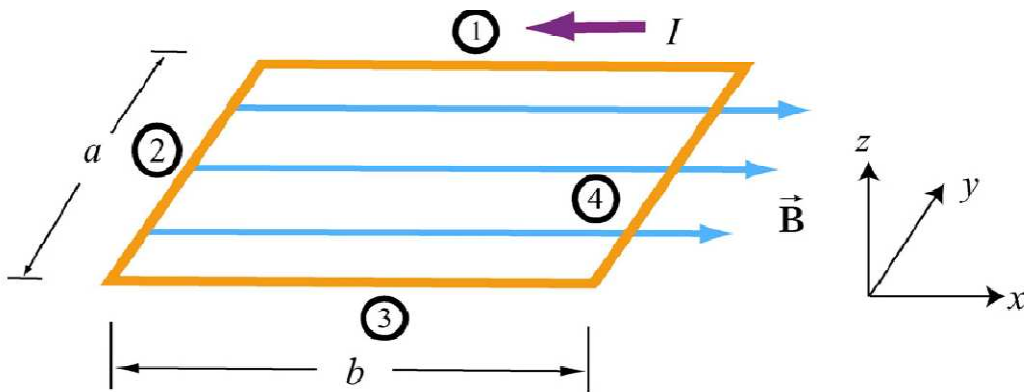
$$dF_2 = I(ds \times \mathbf{B}) = IRd\theta(-\sin\theta\mathbf{i} + \cos\theta\mathbf{j}) \times (B\mathbf{j}) = -IBR \sin\theta d\theta\mathbf{k}.$$

Zatem

$$F_2 = -IBR\mathbf{k} \int_0^\pi \sin\theta d\theta = -2IBR\mathbf{k}.$$

Całkowita siła działająca na rozpatrywany ze strony pola magnetycznego wynosi więc zero.

Moment siły działający na pętlę z prądem umieszczonej w polu magnetycznym



Ramka leży w płaszczyźnie OXY i płynie w niej prąd o natężeniu I . Pole magnetyczne $B = Bi$. Ile wynosi moment sił działających na ramkę?

Z pierwszego rysunku widzimy, że magnetyczne siły działające na boki 1 i 3 znikają (dlaczego?). Niezerowe natomiast są siły magnetyczne przełożone do boków 2 i 4, które wynoszą

$$\begin{cases} \vec{F}_2 = I(-aj) \times (Bi) = IaBk \\ \vec{F}_4 = I(aj) \times (Bi) = -IaBk \end{cases}$$

Jak widzimy siły te mają identyczne wartości, ale przeciwne zwroty.

Ile wynosi całkowita siła magnetyczna działająca na ramkę?

Siły te dają niezerowy moment sił magnetycznych działających na ramkę, ponieważ

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau} &= \left(-\frac{b}{2}\mathbf{i}\right) \times \mathbf{F}_2 + \left(\frac{b}{2}\mathbf{i}\right) \times \mathbf{F}_4 = \left(-\frac{b}{2}\mathbf{i}\right) \times (IaB\mathbf{k}) + \\ &\left(\frac{b}{2}\mathbf{i}\right) \times (-IaB\mathbf{k}) = \left(\frac{IabB}{2} + \frac{IabB}{2}\right)\mathbf{j} = IabB\mathbf{j} = IAB\mathbf{j}, \end{aligned}$$

gdzie $A = ab$ jest polem powierzchni ramki.

Wprowadzamy wektor pola ramki

$$\mathbf{A} = ab\hat{\mathbf{n}} = A\hat{\mathbf{n}},$$

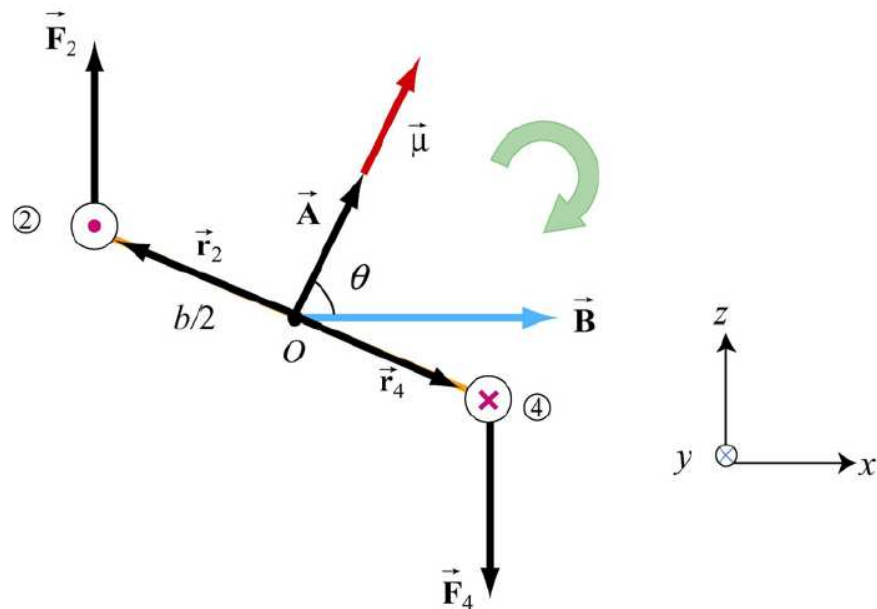
gdzie $\hat{\mathbf{n}}$ jest wersorem prostopadłym do powierzchni ramki, którego kierunek i zwrot określa reguła śruby prawoskrętnej (obracanej zgodnie z kierunkiem cyrkulacji/płynięcia prądu w ramce). Zauważmy, że wymiarem wektora pola ramki jest m^2/s .

Możemy więc wyznaczony wcześniej moment sił magnetycznych działających na ramkę przepisać w postaci

$$\boldsymbol{\tau} = I\mathbf{A} \times \mathbf{B}.$$

Ramka z prądem w polu magnetycznym o dowolnej orientacji

Rozważmy pętlę krzywoliniową umieszczoną w polu magnetycznym, której wektor polowy A tworzy kąt θ z liniami pola magnetycznego.



Lewy koniec ramienia ramki, w przyjętym układzie współrzędnych, jest wektorem (pole magnetyczne jest skierowane w dodatnim kierunku osi OX)

$$\mathbf{r}_2 = \frac{b}{2}(-\sin \theta \mathbf{i} + \cos \theta \mathbf{k}) = -\mathbf{r}_4.$$

Wypadkowy moment sił magnetycznych działających na ramkę jest równy

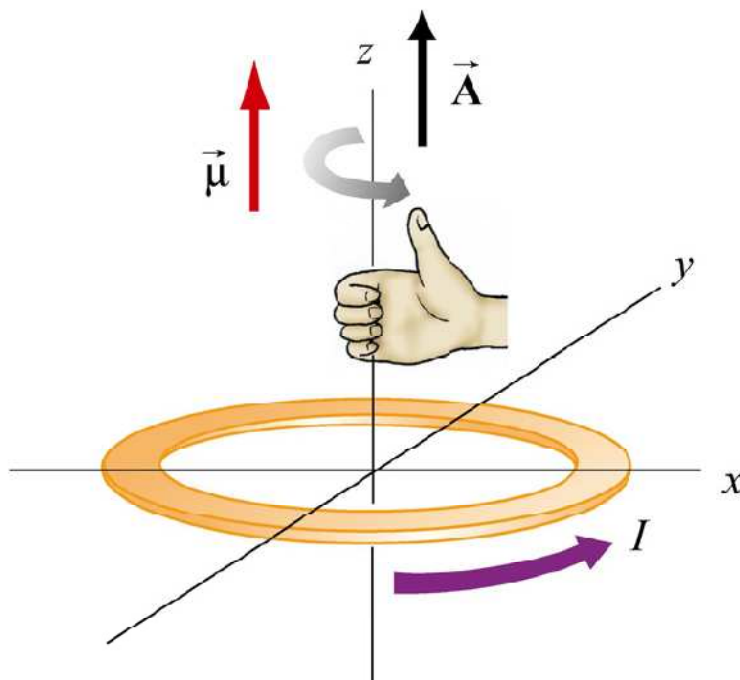
$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau} &= \mathbf{r}_2 \times \mathbf{F}_2 + \mathbf{r}_4 \times \mathbf{F}_4 = 2 \mathbf{r}_2 \times \mathbf{F}_2 = \\ &= 2 \frac{b}{2} (-\sin \theta \mathbf{i} + \cos \theta \mathbf{k}) \times (IaB\mathbf{k}) = IabB \sin \theta \mathbf{j} = I\mathbf{A} \times \mathbf{B}. \end{aligned}$$

Tak więc moment siły $\boldsymbol{\tau}$ działający na ramkę, której wektor pola A tworzy kąt θ z liniami pola B jest proporcjonalny do iloczynu wektorowego $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$, a „współczynnikiem” proporcjonalności jest natężenie prądu.

Jeśli wprowadzimy teraz pojęcie momentu magnetycznego $\mu = IA$, o wymiarze $A \cdot m^2$, to moment siły działający na ramkę przyjmie postać

$$\tau = \mu \times B.$$

Oznacza to, że moment sił magnetycznych jest proporcjonalny i równy iloczynowi wektorowemu $\mu \times B$. Ilustracją tego jest kolejny rysunek, na którym widzimy



pętlę (ramkę kołową), w której płynie prąd, a kierunek i zwrot momentu magnetycznego określa reguła prawej dłoni lub śruby prawoskrętnej. Widzimy, że wektory momentu magnetycznego ramki μ oraz jej wektora pola A mają te same zwroty i kierunki. Jednostką momentu magnetycznego jest w SI $A \cdot m^2$.

Jeśli ramka zawiera N zwojów to jej moment magnetyczny jest równy

$$\mu_{\text{cewki}} = N\mu = NIA.$$

Otrzymany wcześniej wzór na moment siły

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\mu} \times \boldsymbol{B}$$

jest analogiczny do

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{p} \times \boldsymbol{E} ,$$

otrzymanego dla momentu siły działającego na dipol elektryczny umieszczony w polu elektrycznym o natężeniu E . Przypomnijmy, że energia potencjalna dipola w polu elektrycznym miała postać

$$U = -\boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{E} .$$

Spodziewamy się, że podobny wzór obowiązuje dla momentu magnetycznego. Praca siły zewnętrznej W_{zew} potrzebna do obrócenia ramki od kąta θ_0 do kąta θ jest równa

$$W_{zew} = \int_{\theta_0}^{\theta} \tau d\theta' = \int_{\theta_0}^{\theta} (\mu B \sin \theta') d\theta' = \mu B (\cos \theta_0 - \cos \theta) = \Delta U = U - U_0 .$$

Przypomnijmy, że praca sił pola magnetycznego $W_{mag} = -W_{zew}$. Wybierając $U_0 = 0$ dla kąta $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$ otrzymujemy ostatecznie

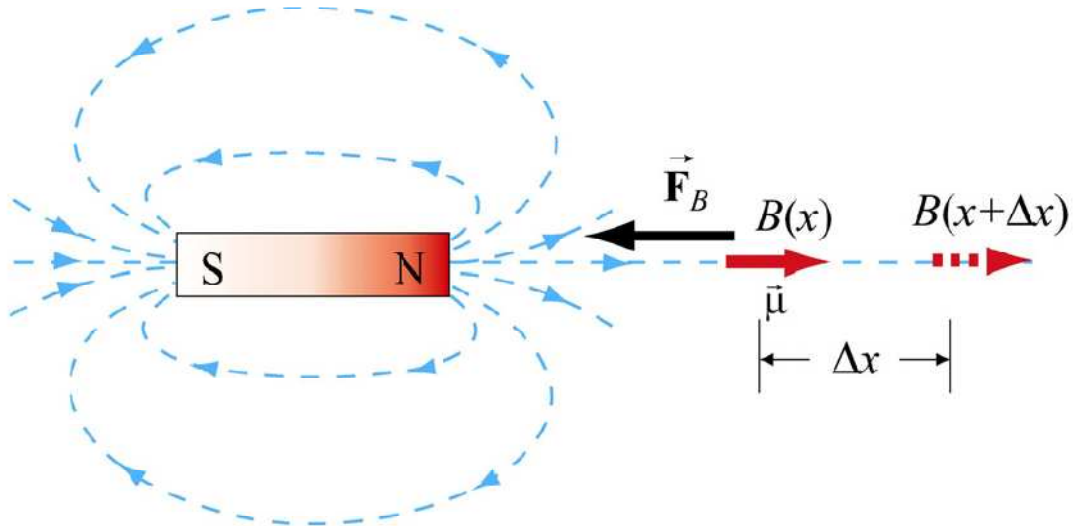
$$U = -\mu B \cos \theta = -\boldsymbol{\mu} \cdot \boldsymbol{B} .$$

Układ fizyczny znajdujący się w zewnętrznym polu, w tym przypadku ramka z prądem umieszczona w zewnętrznym polu magnetycznym, dąży do stanu, w którym jego (ramki) energia potencjalna jest najmniejsza. Energia ramki będzie najmniejsza i równa $U = -\boldsymbol{\mu} \cdot \boldsymbol{B} = -\mu B$, jeśli wektory momentu magnetycznego i indukcji pola magnetycznego są równoległe.

W przypadku przeciwnym, tj. gdy wektory momentu magnetycznego i indukcji pola magnetycznego są antyrównoległe. Wtedy ramka znajduje się w stanie niestabilnym.

Ramka z prądem w niejednorodnym polu magnetycznym

Rozważmy mały dipol magnetyczny umieszczony na osi magnesu sztabkowego, co pokazuje poniższy rysunek



Dipol jest przyciągany przez sztabkowy magnes, którego pole nie jest jednorodne w przestrzeni. Aby przemieścić dipol o Δx trzeba wykonać pracę przeciwko siłom magnetycznym równą

$$F_{zew} \Delta x = W_{zew} = \Delta U = -\mu B(x + \Delta x) + \mu B(x) = -\mu [B(x + \Delta x) - B(x)].$$

Dla małych przesunięć Δx prawdziwa jest równość

$$F_{zew} = -\mu \frac{B(x + \Delta x) - B(x)}{\Delta x} = -\mu \frac{dB}{dx}.$$

Zwrot wektora F_{zew} jest w prawo, ponieważ $\frac{dB}{dx} < 0$. Zatem możemy napisać

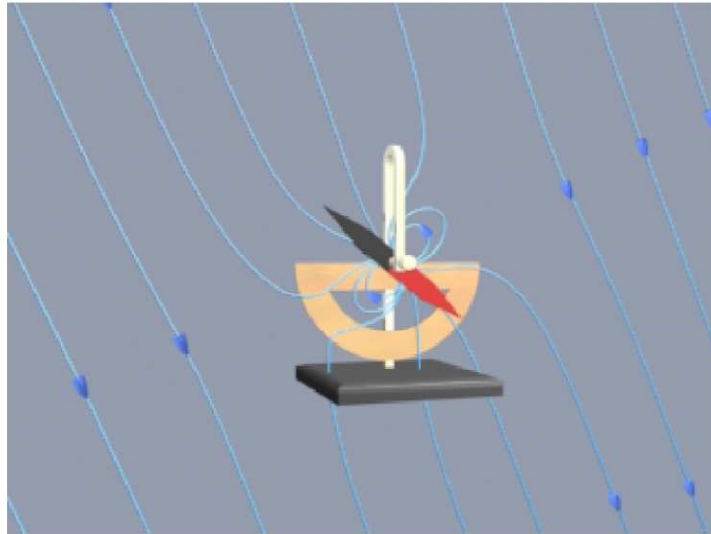
$$F_B = \mu \frac{dB}{dx} = \frac{d(\mu \cdot B)}{dx}.$$

Ogólniejszy wynik będący konsekwencją ma postać

$$\mathbf{F}_B = \nabla(\mu \cdot \mathbf{B}),$$

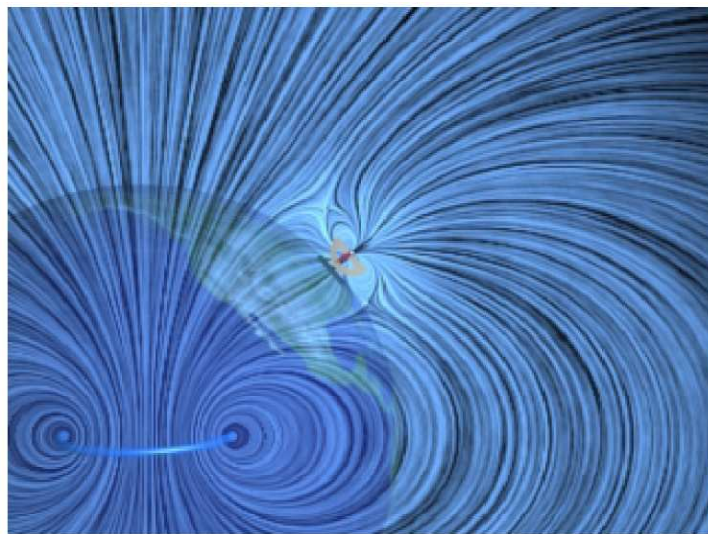
gdzie $\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{k}$ jest operatorem gradientu.

Animacja ruchu dipola – igły magnetycznej – w zewnętrznym polu magnetycznym



<http://web.mit.edu/8.02t/www/802TEAL3D/visualizations/magnetostatics/dipNeedle/dipNeedle.htm>

Obracająca się igła magnetyczna jest poddana działaniu linii sił pola magnetycznego. Jeśli wychyli się z położenia równowagi, to linie pola zagęszczają się i rozciągane. W wyniku tego powstaje moment siły wymuszający powrót igły do stanu równowagi.



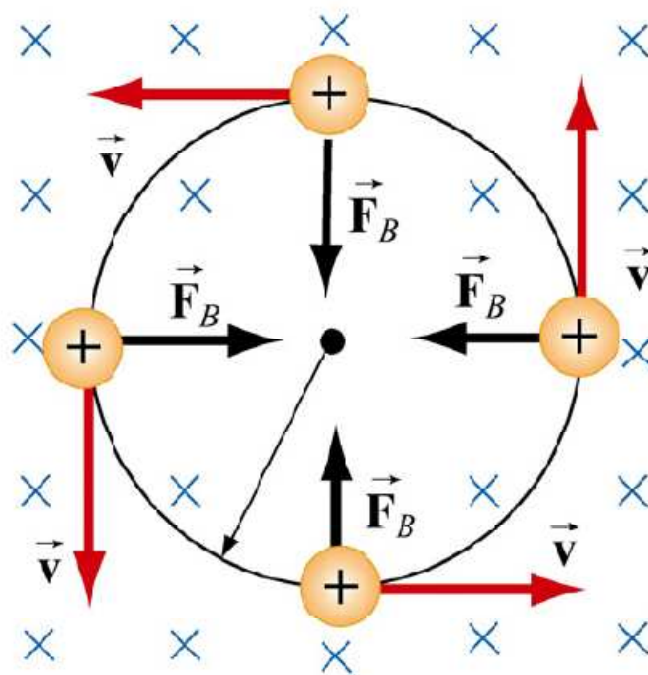
<http://web.mit.edu/8.02t/www/802TEAL3D/visualizations/magnetostatics/EarthandDipNeedle/EarthFar.htm>

Zauważmy, że balansująca (obracająca się) wokół położenia równowagi igła magnetyczna ma niezerowy moment pędu. Wobec tego można zapytać: Czy jest spełniona zasada zachowania momentu pędu? Układ złożony z pola magnetycznego Ziemi oraz igły magnetycznej należy traktować jako układ zamknięty, na który nie działa żaden niezerowy moment sił. Jeśli w czasie Δt działa na igłę magnetyczną ze strony ziemskiego pola magnetycznego moment siły $\Delta \tau$, to wywołuje on – na podstawie II zasady dynamiki – zmianę momentu pędu igły równą $\Delta L = (\Delta \tau) \cdot \Delta t$. Ale układ jest zamknięty. Wobec

tego jego całkowity moment pędu powinien być zachowany. Oznacza to, że każdy moment siły $\Delta\tau$ obracający igłę (zgodnie lub niezgodnie) z ruchem wskazówek zegara wytwarza moment siły $-\Delta\tau$ działający na prądy, których źródłem jest ziemskie pole magnetyczne. Doznają one zmiany momentu pędu równej $-\Delta L = -(\Delta\tau) \cdot \Delta t$. W ten sposób „ratujemy” zasadę zachowania momentu pędu w rozpatrywanym przypadku. Innymi słowy obracająca się igła magnetyczna przekazuje polu magnetycznemu Ziemi moment pędu ΔL . Pole to reaguje w ten sposób, że wytwarza znikomo mały ruch obrotowy prądów we wnętrzu Ziemi, któremu towarzyszy moment pędu równy $-\Delta L$. Zasada zachowania pędu jest oczywiście spełniona (i oczywiście uratowana!). Jest to więc „oczywista oczywistość”.

Ładunek elektryczny w jednorodnym polu magnetycznym

Pole magnetyczne nie zmienia energii ładunków poruszających się w nim (dlaczego?). Zmienia jednak kierunek i zwrot prędkości ładunków elektrycznych. Rozpatrzmy przypadek ładunku $+q$ poruszającego się w płaszczyźnie kartki, do której prostopadły jest wektor indukcji pola magnetycznego (patrz rys.)



Jak widzimy pole magnetyczne wytwarza siłę dośrodkową, co wymusza jednostajny ruch ładunku po okręgu o promieniu r spełniającym równanie

$$qvB = \frac{mv^2}{r}$$

z czego wynika, że

$$r = \frac{mv}{qB},$$

a okres obiegu okręgu

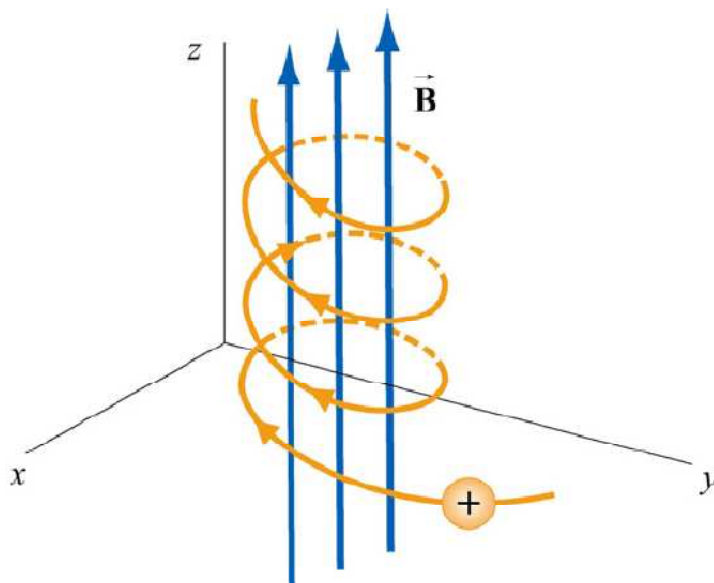
$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m v}{v qB} = \frac{2\pi m}{qB}$$

i częstość kołowa tego ruchu jest równa

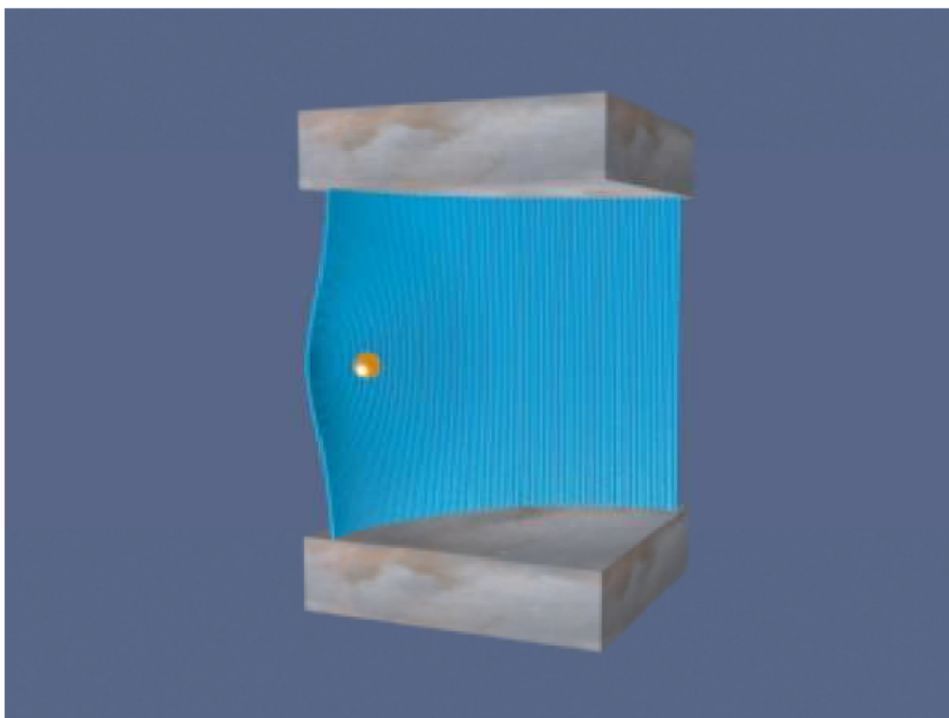
$$\omega = 2\pi f = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m}.$$

Wnioskujemy stąd, że czas obiegu po okręgu nie zależy od prędkości, co jest wykorzystywane w cyklotronach służących do przyspieszania cząsteczek naładowanych.

Jeśli wektor prędkości ładunku nie jest prostopadły do pola magnetycznego, tj. ma składową niezerową na kierunek pola, to porusza się po krzywej łańcuchowej, co ilustruje rysunek



Animacja, której jeden z kadrów przedstawia rysunek, ilustruje ruch



<http://web.mit.edu/8.02t/www/802TEAL3D/visualizations/magnetostatics/MovingQinMagnet/MovingQinMagnetFront.htm>

ładunku elektrycznego w kierunku pola magnetycznego skierowanego w górę. Po znalezieniu się w polu magnetycznym, tor ładunku elektrycznego zakrzywia się w płaszczyźnie (kierunku) prostopadłej do pola magnetycznego. Ładunek zaczyna poruszać się po łuku okręgu. Linie pola są przedstawione pionowymi kreskami na płaszczyźnie walcowej, po której porusza się ładunek dodatni. Siła Lorentza leży w płaszczyźnie poziomej, a jej wartość określa iloczyn wektorowy

$$\mathbf{F}_B = Q \mathbf{v}_d \times \mathbf{B}.$$

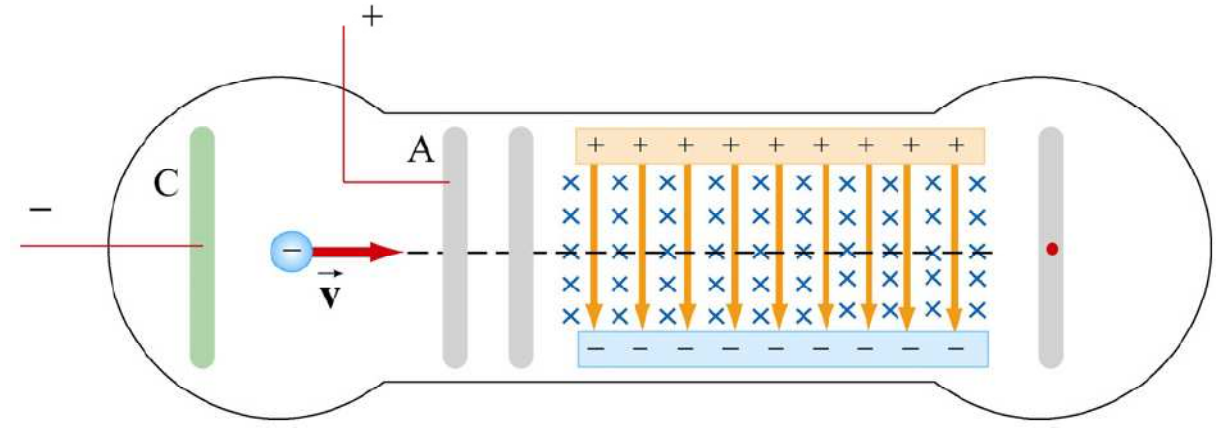
W płaszczyźnie tej znajduje się także tor ruchu ładunku. Zważmy, że siła Lorentza, pochodząca od zewnętrznego pola magnetycznego, zakrzywia tor ruchu w prawo w stosunku do wektora prędkości chwilowej. Wybrzuszone się linie pola magnetycznego, towarzyszące ruchowi ładunku są widoczne po lewej stronie ładunku (patrząc w kierunku ruchu), „naciskają” na ładunek i powodują zakrzywianie się toru ruchu. Animacja pokazuje sumaryczne pole pochodzące od zewnętrznego źródła (magnes, elektromagnes) oraz pola wytwarzanego przez poruszający się ładunek, którego wektor indukcji wynosi

$$\mathbf{B}_q = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\mathbf{v} \times \mathbf{r}}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\mathbf{v} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}.$$

Powinniśmy jeszcze przedyskutować kwestię zachowania wektora pędu ładunku, który ma masę różną od zera. W trakcie animacji wektor prędkości ładunku zmienia swój kierunek. Mamy więc do czynienia ze skończoną zmianą pędu cząstki o niezerowej masie i ładunku q . Układ przedstawiony na rysunku i w animacji jest izolowany. Czy jest to więc naruszenie zasady zachowania pędu? Oczywiście, że nie! Pęd jest przekazywany od poruszającego się ładunku, za pośrednictwem pola magnetycznego, do niewidocznych na rysunku prądów, które są źródłem stałego i jednorodnego pola magnetycznego. Płyną one w przewodach elektromagnesów zaznaczonych w dolnej i górnej części rysunku za pomocą szarych prostokątów. Jest to przekonująco zademonstrowane kształtem i gęstością linii pola magnetycznego na ostatnim rysunku i na animacji. „Naciskowi” ze strony pola magnetycznego na ładunek powodującemu zakrzywianie się jego toru ruchu, towarzyszy naprężenie ciągnące/popychające niewidoczne źródła prądu (tj. wytwarzające pole magnetyczne w elektromagnesach) w kierunku przeciwnym. W ten sposób zmiana pędu poruszającego się ładunku jest transmitowana do niewidocznych prądów elektromagnesu. Innymi słowy, jeśli w czasie Δt zmiana pędu ładunku wyniosła Δp , to na mocy II zasady dynamiki działała na niego siła równa $\Delta F = \Delta p / \Delta t$. Taką samą co do wartości ale przeciwnie skierowaną siłą, tj. $-\Delta F$, oddziałuje w czasie Δt poruszający się ładunek na prądy płynące w przewodnikach elektromagnesu. Siłę tę transportuje do uzwojeń elektromagnesu pole magnetyczne. Powoduje ona w czasie Δt zmianę pędu nośników prądu w uzwojeniach elektromagnesu równą $(-\Delta F) \cdot \Delta t = -\Delta p$. Co utwierdza nas w przekonaniu o nienaruszalności zasady zachowania pędu.

Zastosowania

1. Selektor prędkości – rozważmy urządzenie, którego schemat jest pokazany na poniższym rysunku.



Wartość siły działającej na ładunek ujemny (elektron) $q = -e$ wynosi

$$F = q(E + v \times B).$$

Elektrony są emitowane z katody C i przyspieszane przez siatkę anody A.

Niechaj różnica potencjałów między A i C będzie równa

$$\Delta V = V_A - V_C.$$

Zmiana energii potencjalnej ładunku na drodze od C do A wynosi

$$\Delta U = W_{zew} = q\Delta V = -e\Delta V.$$

Z zasady zachowania energii mechanicznej wynika, że

$$\Delta K = -\Delta U = mv^2/2,$$

z czego ostatecznie otrzymujemy

$$v = \sqrt{\frac{2e\Delta V}{m}}. (*)$$

Gdyby elektrony po minięciu anody poruszały się tylko w polu elektrycznym, to byłyby odchylane w górę. W naszym przypadku na elektrony działa dodatkowa siła Lorentza

$$F_B = -ev \times B,$$

pochodząca od pola magnetycznego, którego wektor indukcji B jest skierowany za kartkę (płaszczyznę rysunku).

Jeśli siły pochodzące od pola magnetycznego i elektrycznego wzajemnie się znoszą, tj. $eE = evB$, to prędkość elektronów jest równa

$$v = \frac{E}{B}. (**)$$

Wszystkie elektrony mające prędkości $v = \frac{E}{B}$ przelecą urządzenie po linii prostej.

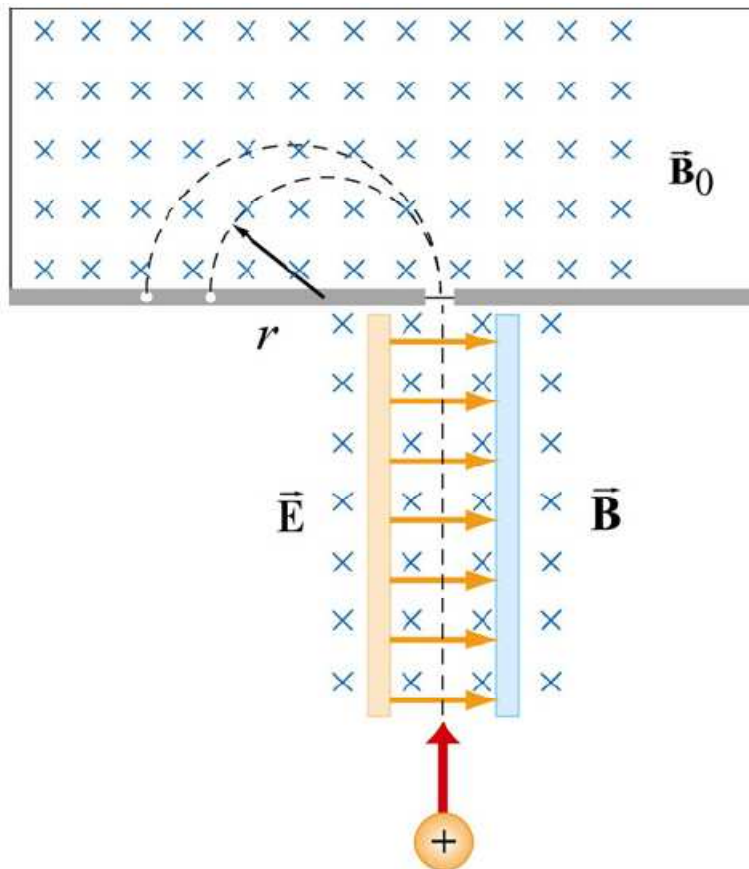
Ponadto korzystając ze wzorów (*) oraz (**) wyznaczamy ważny stosunek ładunku elektronu do jego masy

$$\frac{e}{m} = \frac{E^2}{2(\Delta V)B^2}.$$

Z doświadczalnego punktu widzenia mierząc E , ΔV oraz B możliwe jest wyznaczenie $\frac{e}{m}$. Współczesne najdokładniejsze eksperymenty prowadzą do wartości

$$\frac{e}{m} = 1,758820174(71) \cdot 10^{11} \text{C/kg}.$$

2. Spektrometr masowy – służy do pomiaru mas atomów; jego schemat i zasadę działania ilustruje poniższy rysunek.



Pola elektryczne i magnetyczne dobieramy tak, aby $v = \frac{E}{B}$. Cząsteczka/atom wlatujący od dołu porusza się na rysunku w górę po linii prostej. Następnie wpada w obszar, gdzie działa pole magnetyczne B_0 . W tym obszarze atom porusza się po okręgu o promieniu

$$r = \frac{mv}{qB_0}.$$

Uwzględniając prędkość atomu zjonizowanego możemy wyznaczyć jego masę równą

$$m = \frac{qB_0 r}{v} = \frac{qB_0 Br}{vE}.$$

Znając wartości wielkości stojących po prawej stronie ostatniej równości możemy wyznaczyć doświadczalnie masę cząsteczki, np. elektronu.

Czy można wyznaczyć w opisany sposób masę cząsteczki nienaładowanej?

PODSUMOWANIE

1. Siła Lorentza F_B działająca na ładunek q poruszający się z prędkością v w polu magnetycznym o indukcji B jest dana wzorem

$$F_B = qv \times B.$$

2. Siła Lorentza F_B działająca na przewodnik o długości l , w którym płynie stały prąd o natężeniu I , umieszczony w polu magnetycznym o indukcji B jest dana wzorem

$$F_B = Il \times B.$$

3. Siła Lorentza dF_B działająca na przewodnik o długości ds , w którym płynie stały prąd o natężeniu I , umieszczony w polu magnetycznym o indukcji B jest dana wzorem

$$dF_B = Ids \times B.$$

4. Moment siły Lorentza τ działający na zamkniętą pętlę przewodnika o powierzchni A , w której płynie stały prąd o natężeniu I , umieszczonej w polu magnetycznym o indukcji B jest dany wzorem

$$\tau = IA \times B,$$

gdzie A jest wektorem pola pętli prostopadłym do niej o wartości pola pętli A .

5. Moment magnetyczny μ zamkniętej pętli przewodnika o powierzchni A , w której płynie stały prąd o natężeniu I jest dany wzorem

$$\mu = IA$$

gdzie A jest wektorem pola pętli prostopadłym do niej o wartości pola pętli A .

6. Moment $\boldsymbol{\tau}$ siły działającej na magnetyczny moment dipolowy $\boldsymbol{\mu}$ umieszczony w polu magnetycznym o indukcji \boldsymbol{B} jest dany wzorem

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\mu} \times \boldsymbol{B}.$$

7. Energia potencjalna magnetycznego dipola $\boldsymbol{\mu}$ umieszczonego w polu magnetycznym o indukcji \boldsymbol{B} jest dany wzorem

$$U = -\boldsymbol{\mu} \cdot \boldsymbol{B}.$$

8. Jeśli cząstka q o masie m wpada w pole magnetyczne o indukcji \boldsymbol{B} z prędkością v , która jest prostopadła do wektora \boldsymbol{B} , to porusza się w tym polu po okręgu o promieniu równym

$$r = \frac{mv}{|q|B},$$

a częstość kołowa tego ruchu jest równa

$$\omega = \frac{qB}{m}.$$

Wszystkie rysunki i animacje zaczerpnięto ze strony

<http://web.mit.edu/8.02t/www/802TEAL3D/visualizations/magnetostatics/index.htm>